MAT01168 - Turma B - Matemática Aplicada II - 2022/2
Prof. Julio Lombaldo - **Lista Exercícios 2 - Área 1.**

**1)** Mostre que a curvatura $\kappa$ de uma circunferência de raio $a$ é dada por $1/a$.

**2)** Dada a curva $y = x^3$, encontre a curvatura e o raio de curvatura no ponto $(1, 1)$.

**3)** Calcule curvatura, raio de curvatura e o módulo da torção para a hélice circular $\vec{r}(t) = cos(t)\vec{i} + sen(t)\vec{j} + t\vec{k}$

**4)** Consideremos agora, a curva gerada pelas seguintes equações paramétricas: $\vec{r}(t) = cos(t)\vec{i} + sen(t)\vec{j} + f(t)\vec{k}$, onde $f(t)$ é uma função dada. Observe que a projeção desta curva no plano é uma circuferência de raio 1. A curva é, portanto, gerada pela trajetória de ponto cuja projeção do movimento no plano é cirvular e a altura é dada pela função $f(t)$. Calcule a curvatura e a torção em função de $f(t)$ neste caso.

**5)** Dada a hélice circular

$$\vec{r}(t) = acos(t)\vec{i} + asen(t)\vec{j} + ct\vec{k}$$

onde $t > 0$, $c > 0$, $a > 0$ calcule o valor de $c$ para que a torção seja máxima.

**6)** Mostre que a curvatura do gráfico da função $y = f(x)$ sobre o plano $xy$ é dada por

$$\kappa(x) = \frac{|f''(x)|}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}}$$

usando a fórmula

$$\kappa(t) = \frac{\| r'(t) \times r''(t) \|}{\| r'(t) \|^3}$$

Calcule para cada caso:

a) $f(x) = x^2$, em $(2, 4)$.
b) $f(x) = x^4$, em $(1, 1)$.
c) $f(x) = cos(x)$, em $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$.

**7)** Calcule o valor mínimo e o valor máximo do raio de curvatura de uma elipse de semi-eixos $a$ e $b$ quando $0 < a < b$. O que acontece quando $a = b$?

**8)** Onde ocorre a maior curvatura (ou menor raio de curvatura) de $y = e^x$? Explique porque.

**9)** Usando o conceito de curvatura, mostre que se a aceleração de uma particula em movimento é nula para todo $t$, então essa trajetória é uma reta.