MAT01169 - D1 - Cálculo Numérico - 2023/2

Prof. Julio Lombaldo - **Prova 1:**

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total

Nome: _____ Cartão: _____

Observações:

- *É proibido qualquer tipo de consulta exceto aos códigos em Python vistos em aula.*
- *Use os códigos vistos em aula e responda com TODOS valores após a vírgula que aparecem na saída do código.*
- *Responda as perguntas no verso da folha.*
- *Sempre que aparecer D, considere igual ao último dígito do seu cartão da UFRGS.*

Q1) (1,0 pontos) Realize as mudanças de base pedidas em aritmética de ponto flutuante:

a) (0,5 pontos) Represente em Base decimal o número $(11B2)_{16}$.

b) (0,5 pontos) Represente em Base binária o número $(156,125)_{10}$.

Q2) (2,0 pontos) Considere as seguintes funções $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = e^x - 2.2 - D/4$.

a) (1,0 pontos) Estime um intervalo positivo de tamanho 0.5 que contenha a interseção positiva entre $f(x)$ e $g(x)$ e defina quantas iterações seriam necessárias para resolver via método da bisseção com tolerância 10^{-4}.

b) (1,0 pontos) Determine o valor da abcissa da interseção positiva entre as curvas usando o método da bisseção com tolerância 10^{-4}.

Q3) (2,5 pontos) Considere a seguinte função $f(x) = e^x - 3x^2$

a) (1,5 pontos) Encontre uma $g(x)$ tal que $x = g(x)$ e que satisfaça o teorema do ponto fixo em um intervalo que contenha a menor raiz positiva.

b) (0,5 pontos) Encontre essa raiz de $f(x)$ via método do ponto fixo usando a $g(x)$ do item anterior com $10 + D$ iterações.

Q4) (2,0 pontos) Utilizando o método de Newton para determinar as raízes de $x^2 - 6x + 8 - ln(x) = 0$.

a) (0,5 pontos) Verifique onde ela possui raiz.

b) (0,5 pontos) Aproxime a maior raiz positiva da equação utilizando 4 iterações pelo método de Newton.

c) (0,5 pontos) Aproxime a raiz com erro máximo de 10^{-D-2} e verifique quantas iterações foram necessárias.

d) (0,5 pontos) Repita o processo para a menor raiz positiva.

Q5) (2,5 pontos) Determine:

a) (1,5 pontos) A matriz M de $\vec{x}_{n+1} = M\vec{x}_n + \vec{c}$ referente a cada método iterativo, isto é, nos casos de Jacobi e Gauss-Seidel para a solução do sistema

$$\begin{aligned} 10x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 &= D \\ 2x_1 + 2x_2 - 11x_3 &= 4 \end{aligned}$$

e encontre as soluções por cada método iterativo com tolerância 10^{-3} na norma ∞.

b) (1,0 pontos) Encontre as soluções do sistema não linear

$$\begin{aligned} 4x^2 - 20x + \frac{1}{5}y^2 &= -2 \\ \frac{1}{2}xy^2 + 2x - 2y &= -2 \end{aligned}$$

pelo método visto em aula.