MAT01168 - Turma B - Matemática Aplicada II - 2022/2

Prof. Julio Lombaldo - **Lista Exercícios 3 - Área 1.**

1) Reconheça e represente graficamente as superfícies descritas em cada caso:

a) $\vec{s}(u,v) = u\vec{i} + v\vec{j} + (9 - u^2 - v^2)\vec{k}$, com $u^2 + v^2 \leq 9$.

b) $\vec{s}(u,v) = u\vec{i} + v\vec{j} + (1 + u^2 + v^2)\vec{k}$, com $u^2 + v^2 \leq 4$.

c) $\vec{s}(u,v) = ucos(v)\vec{i} + usen(v)\vec{j} + (1 - u^2)\vec{k}$, $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

d) $\vec{s}(u,v) = sen(u)cos(v)\vec{i} + sen(u)sen(v)\vec{j} + cos(u)\vec{k}$, $0 \leq u \leq \pi$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

2) Calcule o vetor normal em cada superfície do exercício anterior usando que

$$\vec{n} = \frac{\vec{s}_u \times \vec{s}_v}{\| \vec{s}_u \times \vec{s}_v \|}$$

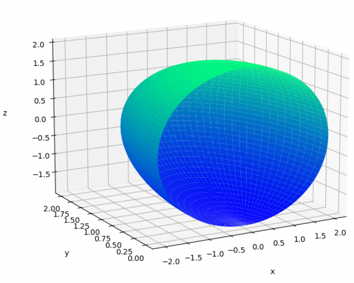
3) Calcule os seguintes planos tangentes:

a) Da superfície de 1) a) no ponto $(0,1,8)$.

b) Da superfície de 1) c) no ponto $(1/2, 0, 3/4)$.

c) Da superfície de 1) d) no ponto $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$.

4) A superfície parametrizada abaixo



é descrita por:

( ) $\vec{s}(u,v) = sen(u)cos(v)\vec{i} + sen(u)sen(v)\vec{j} + cos(u)\vec{k}$, $0 \leq u \leq \pi$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

( ) $\vec{s}(u,v) = ucos(v)\vec{i} + usen(v)\vec{j} + cos(u)\vec{k}$, $0 \leq u \leq \pi$ e $0 \leq v \leq \pi$.

( ) $\vec{s}(u,v) = ucos(v)\vec{i} + usen(v)\vec{j} + (1 - u^2)\vec{k}$, $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

( ) $\vec{s}(u,v) = sen(u)cos(v)\vec{i} + sen(u)sen(v)\vec{j} + cos(u)\vec{k}$, $0 \leq u \leq \pi$ e $0 \leq v \leq \pi$.

5) Seja $\vec{s}(u,v) = u\vec{i} + v\vec{j} + f(u,v)\vec{k}$, mostre que o vetor normal a superfície é dado por $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+f_u^2+f_v^2}}(-f_u\vec{i} - f_v\vec{j} + \vec{k})$.

6) Considere o seguinte campo vetorial $\vec{F}(x,y,z) = x^2y\vec{i} + xyz\vec{j} + z^2y\vec{k}$. Calcule:

a) $\vec{F}(0,1,1)$.

b) $\vec{F}(2,1,1)$.

c) $\vec{F}(ln(3), e^2, 1)$.

7) Considere o seguinte campo vetorial $\vec{F}(x,y,z) = e^{xy}\vec{i} + cos(y)\vec{j} + sen^2(z)y\vec{k}$. Calcule:

a) $\vec{F}(0,1,0)$.

b) $\vec{F}(2,1,\pi/2)$.

c) $\vec{F}(ln(2), 1, \pi)$.

8) Considere os seguintes campos vetoriais:

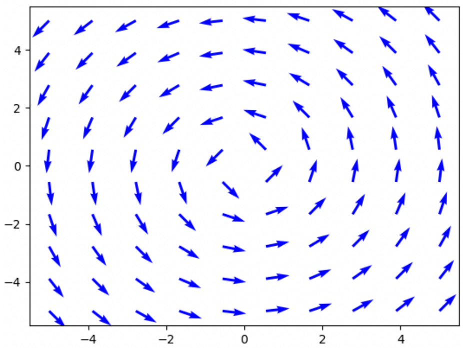


Figura 1: A

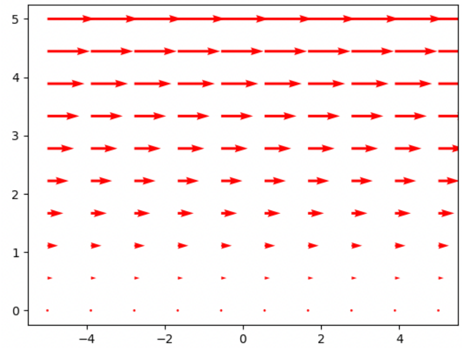


Figura 2: B

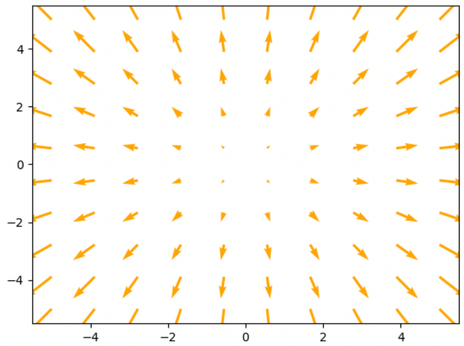


Figura 3: C

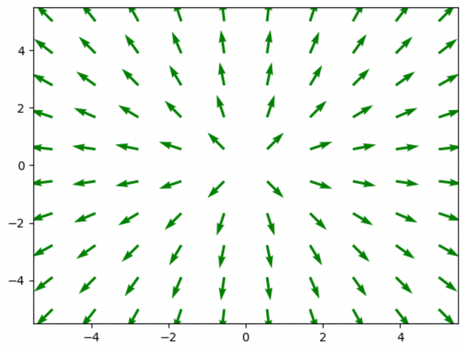


Figura 4: D

Associe A,B,C e D ao campo vetorial correto:

( ) $\vec{F}(x,y) = y\vec{i}$

( ) $\vec{F}(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{i} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{j}$

( ) $\vec{F}(x,y) = x\vec{i} + y\vec{j}$

( ) $\vec{F}(x,y) = -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{i} + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{j}$

9) Considere $\vec{F_1} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ com a, b, c constantes e $\vec{F_2} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Mostre que:

a) $div(\vec{F_1} \times \vec{F_2}) = 0$.

b) $rot(\vec{F_1} \times \vec{F_2}) = 2\vec{F_1}$.

10) Seja $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$, $f(x,y,z)$ um campo escalar e $\vec{F}(x,y,z)$ um campo vetorial. Diga o que cada item abaixo representa: (Campo escalar ou vetorial)

a) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{F}$.

b) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{F})$.

c) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} f$.

d) $(\vec{\nabla}\vec{F}) \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F})$.

11) A temperatura da um ponto de uma placa metálica é:

$$T(x,y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}$$

Encontre a taxa de variação da temperatura em $(1,1)$ na direção do vetor $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

12) A temperatura da um ponto da sala de aula de matemática aplicada é dada por:

$$T(x,y,z) = \frac{xyz}{120} + T_{ae}$$

onde T_{ae} é a temperatura do ambiente externo. Encontre a taxa de variação da temperatura em $(12,4,1)$ na direção do vetor $\vec{u} = -\vec{i} - \vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k}$.