

1) Encontre a transformada de Laplace da função periódica  $f(t) = |\text{sen}(t)|$ .

2) Mostre pelo teorema dos resíduos que

a)  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-m}\right\} = e^{mt}$ .

b)  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+k^2}\right\} = \cos(kt)$ .

c)  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2+k^2}\right\} = \text{sen}(kt)$

3) Considere o seguinte PVI:

$$x'(t) + p^2x(t) = f(t), \quad t > 0$$

$$x(0) = a$$

a) Encontre a solução geral do PVI de ordem 1 acima utilizando transformada de Laplace.

b) Qual a solução para  $p = 1, a = 2$  e  $f(t) = 1$ .

c) Qual a solução para  $p = 2, a = 0$  e  $f(t) = \text{sen}(t)$ .

4) Considere o seguinte PVI:

$$x''(t) + 2px'(t) + qx(t) = f(t), \quad t > 0$$

$$x(0) = a, \quad x'(0) = b$$

a) Encontre a solução geral do PVI de ordem 1 acima utilizando transformada de Laplace.

b) Qual a solução para  $p = 1, q = 2, a = 0, b = 0$  e  $f(t) = t$ .

c) Qual a solução para  $p = 1, q = 2, a = 0, b = 1$  e  $f(t) = 1$ .

5) Considere o seguinte EDP:

$$\frac{\partial w}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial w}{\partial x^2}, \quad t > 0$$

$$w(x, 0) = a, \quad w_t(x, 0) = 0$$

$$w(0, t) = f(t), \quad w_t(x, 0) = 0$$

a) Encontre a solução geral da EDP acima utilizando transformada de Laplace.

b) Qual a solução para  $f(t) = \text{sen}(t)$ .

6) A temperatura em um forno industrial evolui no tempo conforme o seguinte modelo simplificado

$$\frac{du(t)}{dt} = \lambda(u(t) - u_{amb}) + q(t), \quad t > 0$$

onde  $u(t)$  representa a temperatura medida no forno,  $u_{amb}$  é temperatura ambiente, considerada constante,  $q(t)$  é a potência de aquecimento e  $\lambda$  é uma constante relacionada às trocas de calor. Considere  $u(0) = 50, u_{amb} = 50$  e  $\lambda = 4$ . Usando a técnicas das transformadas de Laplace, faça o que se pede:

a) Mostre que  $U(s) = \frac{50}{s} + \frac{Q(s)}{s+4}$ .

b) Calcule a temperatura  $u(t)$  quando  $q(t) = 100\delta(t - 1)$ . Esboce o gráfico de  $u(t)$ .

Tabela de transformadas de Laplace:

	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	$t$
3	$\frac{1}{s^n}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{\sqrt{s}},$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}},$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
6	$\frac{1}{s^k}, \quad (k > 0)$	$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$
7	$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
8	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$te^{at}$
9	$\frac{1}{(s-a)^n}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$
10	$\frac{1}{(s-a)^k}, \quad (k > 0)$	$\frac{1}{\Gamma(k)} t^{k-1} e^{at}$
11	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}, \quad (a \neq b)$	$\frac{1}{a-b} (e^{at} - e^{bt})$
12	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}, \quad (a \neq b)$	$\frac{1}{a-b} (ae^{at} - be^{bt})$
13	$\frac{1}{s^2 + w^2}$	$\frac{1}{w} \text{sen}(wt)$
14	$\frac{s}{s^2 + w^2}$	$\text{cos}(wt)$
15	$\frac{1}{s^2 - a^2}$	$\frac{1}{a} \text{senh}(at)$
16	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\text{cosh}(at)$