

MAT01068 - Análise Real I
LISTA 1

Números Naturais

Questão 1. Seja $X \subset \mathbb{N}$ um subconjunto não vazio tal que

$$m, n \in X \Rightarrow m, m + n \in X$$

Mostre que existe $k \in \mathbb{N}$ tal que X é conjunto dos múltiplos de k .

Questão 2. Sejam $a, b, c \in \mathbb{N}$ com $a < b$. Mostre que, nesse caso, $ac < bc$.

Questão 3. Sejam $a, b, c \in \mathbb{N}$. Mostre que $a(b + c) = ab + ac$.

Questão 4. Sejam $a, b, c \in \mathbb{N}$. Mostre que se $a < b$ e $b < c$ então $a < c$.

Questão 5. Sejam $a, b \in \mathbb{N}$. Mostre que $ab = ba$.

Questão 6. Sejam $a, b \in \mathbb{N}$ com $a < b$. Mostre que $a^2 < b^2$.

Questão 7. Dados $a, d \in \mathbb{N}$ com $d \neq 0$, mostre que existem $q, r \in \mathbb{N}$ tais que

$$a = qd + r$$

com $0 \leq r < d$. (algoritmo da divisão).

Questão 8. Mostre que se $m, n, p \in \mathbb{N}$ então $m + (n + p) = (m + n) + p$.

Questão 9. Mostre que se $m, n \in \mathbb{N}$ então exatamente uma das seguintes propriedades é verdadeira:

(a) $n < m$.

(b) $n = m$.

(c) $n > m$.