

1) Encontre a solução da seguinte EDO:

$$\begin{cases} 16u(x) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x) = f(x) \\ -\infty < x < \infty \end{cases}$$

deixe sua resposta final em forma de convolução.

2) Considere a EDP do calor dada por:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) \\ -\infty < x < \infty \\ t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) \end{cases}$$

Encontre a solução final em função de $f(x)$ utilizando transformada de Fourier. Logo após, encontre o caso particular em que $f(x)$ é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

3) Considere a EDP dada por:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t}(x, t) = \mu \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}(x, t) \\ -\infty < x < \infty \\ t > 0 \\ \rho(x, 0) = \delta(x - x_0) \end{cases}$$

Encontre a solução final deste problema utilizando transformada de Fourier. Descreva o comportamento do gráfico da solução.

4) Considere a EDP do calor dada por:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t) \\ -\infty < x < \infty \\ t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \end{cases}$$

Encontre a solução geral deste problema.

5) Considere a EDP da onda dada por:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ -\infty < x < \infty \\ t > 0 \\ y(x, 0) = f(x) \\ y_t(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

Encontre a solução geral deste problema. Após isso, resolva o caso em que $f(x) = \text{sen}(2x)$ e $g(x) = x^2$.