Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Instituto de Matemática - Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Prof. Julio Lombaldo Fernandes

MAT01068 - Análise Real I
Lista 3

Conjuntos Finitos, Infinitos, Enumeráveis e Não-enumeráveis

Questão 1. Prove que todo $X \subseteq \mathbb{N}$ finito possui um elemento mínimo.

Questão 2. Prove que o elemento mínimo do conjunto da questão 1 é único.

Questão 3. Prove que todo $X \subseteq \mathbb{N}$ finito possui um elemento máximo (isto é, existe $M \in X$ tal que $x \leq M$ para todo $x \in X$).

Questão 4. Defina $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ como $f(n) = n^2$. Essa função é injetiva? Essa função é sobrejetiva?.

Questão 5. Defina $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ como $f(n) = n + 2$. Essa função é injetiva? Essa função é sobrejetiva?.

Questão 6. Defina $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ como $f(z) = z^2$. Essa função é injetiva? Essa função é sobrejetiva?..

Questão 7. Defina $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ como $f(z) = z + 2$. Essa função é injetiva? Essa função é sobrejetiva?.

Questão 8. Mostre que se $f : X \to Y$ é injetiva e X é inifito, então Y é infinito.

Questão 9. Mostre que se $f : X \to Y$ é sobrejetiva e Y é inifito, então X é infinito.

Questão 10. Sejam $m, n \in \mathbb{N}$ fixos e seja $\varphi : I_m \to I_n$ uma aplicação qualquer:

(a) Se φ for injetora, mostre que $m \leq n$.

(a) Se φ for sobrejetora, mostre que $m \geq n$.

(a) Se φ for bijetora, mostre que $m = n$.

Questão 11. Usando o conceito de cardinalidade, mostre que todo subconjunto de um conjunto finito é finito.