

1) Calcule a transformada de Laplace das seguintes funções:

- $f(t) = 3$ .
- $f(t) = t$ .
- $f(t) = e^t$ .
- $f(t) = e^{2t} + t$ .
- $f(t) = 1 + 2t + e^{-4t}$ .

2) Calcule a transformada de Laplace da função  $f(t) = \cos(at)$  e  $f(t) = \sin(at)$ , onde  $a$  é uma constante, usando a definição.

Dica: use que  $\cos(at) = \frac{e^{iat} + e^{-iat}}{2}$  e  $\sin(at) = \frac{e^{iat} - e^{-iat}}{2i}$

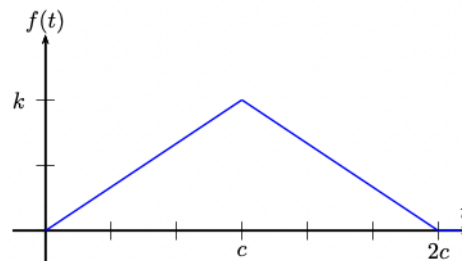
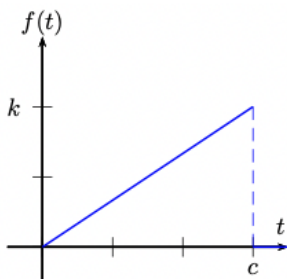
3) Calcule a transformada de Laplace da função  $f(t) = \cosh(at)$  e  $f(t) = \sinh(at)$ , onde  $a$  é uma constante, usando a definição.

Dica: use que  $\cosh(at) = \frac{e^{at} + e^{-at}}{2}$  e  $\sinh(at) = \frac{e^{at} - e^{-at}}{2}$

4) Calcule a transformada de Laplace da função  $f(t)$  definida por partes:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 3 \\ 1, & 3 < t \leq 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases}$$

5) Use a definição de transformada de Laplace para calcular as transformadas das funções dadas nos gráficos abaixo:



6) Mostre que  $L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$  seguindo os seguintes passos:

- Mostre que a fórmula é válida para  $n = 0, 1, 2$  e  $3$ .
- Mostre que  $L\{t^{n-1}\} = \frac{(n-1)!}{s^n}$  é válida, então  $L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$  também o é.

7) Identifique quais funções são de ordem exponencial

- $f(t) = 3e^t$ .
- $f(t) = t^2 + 2$ .
- $f(t) = 1/t$ .
- $f(t) = 5e^{-t} \cos(t)$ .
- $f(t) = 2 + 2t + e^{-t}$ .

8) Use a tabela (em anexo no final desta lista) para calcular a transformada Inversa de Laplace das funções:

- $F(s) = \frac{1}{s^2+4}$ .
- $F(s) = \frac{2}{s^2-4}$ .
- $F(s) = \frac{2s}{s^2+9}$ .
- $F(s) = \frac{1}{s^2-5s+4}$ .
- $F(s) = \frac{1}{s^{18}}$ .

9) Encontre a transformada de Laplace das seguintes funções:

a)  $f(t) = e^{2t} \text{sen}(4t)$ .

b)  $f(t) = e^{-2t} \text{cos}(7t)$ .

c)  $f(t) = e^{-t} t^4$ .

d)  $f(t) = e^{3t} t^6$ .

e)  $f(t) = e^{3t} t^2 - e^{-2t} \text{sen}(2t)$ .

f)  $f(t) = e^{2-t} \text{cos}(2t) - 3e^{-2t} t^3$ .

10) Encontre a transformada Inversa de Laplace das seguintes funções:

a)  $G(s) = \frac{e^{-2s}}{s^3}$ .

b)  $G(s) = \frac{e^{-3s}}{s^2+2}$ .

c)  $G(s) = \frac{e^{-4s}}{s^2}$ .

d)  $G(s) = \frac{e^{-s}}{s^2-4}$ .

e)  $G(s) = e^{-2s} \frac{s}{s^2-9}$ .

Tabela de transformadas de Laplace:

	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	$t$
3	$\frac{1}{s^n}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{\sqrt{s}},$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}},$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
6	$\frac{1}{s^k}, \quad (k > 0)$	$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}$
7	$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
8	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$te^{at}$
9	$\frac{1}{(s-a)^n}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$
10	$\frac{1}{(s-a)^k}, \quad (k > 0)$	$\frac{1}{\Gamma(k)} t^{k-1} e^{at}$
11	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}, \quad (a \neq b)$	$\frac{1}{a-b} (e^{at} - e^{bt})$
12	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}, \quad (a \neq b)$	$\frac{1}{a-b} (ae^{at} - be^{bt})$
13	$\frac{1}{s^2 + w^2}$	$\frac{1}{w} \text{sen}(wt)$
14	$\frac{s}{s^2 + w^2}$	$\text{cos}(wt)$
15	$\frac{1}{s^2 - a^2}$	$\frac{1}{a} \text{senh}(at)$
16	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\text{cosh}(at)$