

LISTA DE EXERCÍCIOS 2 - ÁREA 3

Equações Diferenciais II - MAT01167 - Problema de Sturm-Liouville

@ julio.lombaldo@ufrgs.br

📍 Campus do Vale - UFRGS - Sala B119

🌐 juliolombaldo.com



PROBLEMA DE STURM-LIOUVILLE

Ex. 1. Considere o problema de Sturm-Liouville

$$y'' + \lambda y = 0, \quad 0 < x < L,$$

com condições de contorno homogêneas do tipo

$$y(0) = 0, \quad y(L) = 0.$$

- Determine os autovalores λ_n .
- Determine as autofunções y_n associadas aos autovalores do item anterior.

Ex. 2. Considere o problema de valor de contorno:

$$y'' + \lambda y = 0, \quad 0 < x < \pi,$$

com condições de contorno mistas:

$$y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0.$$

- Mostre que os autovalores são $\lambda_n = \left(\frac{(2n-1)}{2}\right)^2$, para $n = 1, 2, \dots$
- Encontre a forma geral das autofunções.

Ex. 3. Considere o problema de Sturm-Liouville

$$y'' + \lambda y = 0, \quad 0 < x < L,$$

com condições de contorno homogêneas do tipo

$$y'(0) = 0, \quad y'(L) = 0.$$

- Determine os autovalores λ_n .
- Determine as autofunções y_n associadas aos autovalores do item anterior.

Ex. 4. Dado o problema de Sturm-Liouville com pesos:

$$\frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dy}{dx} \right] + \lambda w(x)y = 0, \quad 0 < x < 1,$$

com

$$p(x) = 1, \quad w(x) = 1 + x^2, \quad y(0) = y(1) = 0,$$

- Reescreva o problema na forma padrão.
- Discuta a ortogonalidade dos autofunções em relação ao peso $w(x)$.

DICAS DE ESTUDO

- Tente resolver os exercícios sem olhar o gabarito antes.** Esse esforço inicial ativa sua memória e fortalece o processo de aprendizagem.
- Reserve entre 3 e 10 minutos por exercício.** Se não conseguir resolver dentro desse tempo, pule para o próximo e volte mais tarde — isso ajuda a refrescar a mente e a evitar bloqueios.
- Evite estudar por muitas horas seguidas.** Prefira sessões curtas e regulares. Estudar *ao menos 30 minutos por dia por matéria* já traz bons resultados quando feito com consistência.
- Reescreva os conteúdos com suas próprias palavras.** Ao reformular as explicações do livro ou do professor, você ativa a cognição e realmente aprende, em vez de apenas repetir.
- Prefira escrever à mão, especialmente fórmulas e equações.** Escrever manualmente envolve áreas diferentes do cérebro e contribui para uma fixação mais profunda dos conceitos.
- Explique a matéria para alguém, mesmo que seja para você mesmo.** Ensinar é uma das formas mais eficazes de aprender.
- Faça pausas curtas a cada 25–30 minutos de estudo.** O cérebro precisa de respiros para consolidar o que foi aprendido.
- Organize seu ambiente de estudo.** Um local limpo, silencioso e com o mínimo de distrações ajuda na concentração e produtividade.

VÍDEOS DE APOIO

