Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Instituto de Matemática - Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Prof. Julio Cesar Lombaldo Fernandes

MAT01109 - Cálculo Diferencial e Integral

Prova Área 2 - Turma E3. (GABARITO)

- As questões devem ser assinaladas a caneta;
- No final da prova temos 4 folhas de rascunho;
- Toda questão é de múltipla escolha e possui apenas uma alternativa correta;
- Não é permitido o uso de cálculadora.
- Preencher a tabela abaixo com um X indicando a alternativa correta (questões não preenchidas na tabela serão consideradas nulas);

Nome:____ **Cartão:**______________

TABELA DE RESPOSTAS FINAIS:

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
(a)							X				
(b)	X		X					X		X	
(c)		X									
(d)					X	X					X
(e)				X					X		
Pesos:	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Q1: (0,5) Considere a função:

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

É correto afirmar que seus extremos relativos são encontrados em:

(a) $x = 2$ e $x = 4$.

(b) $x = 3$. (X)

(c) $x = -2$ e $x = -4$.

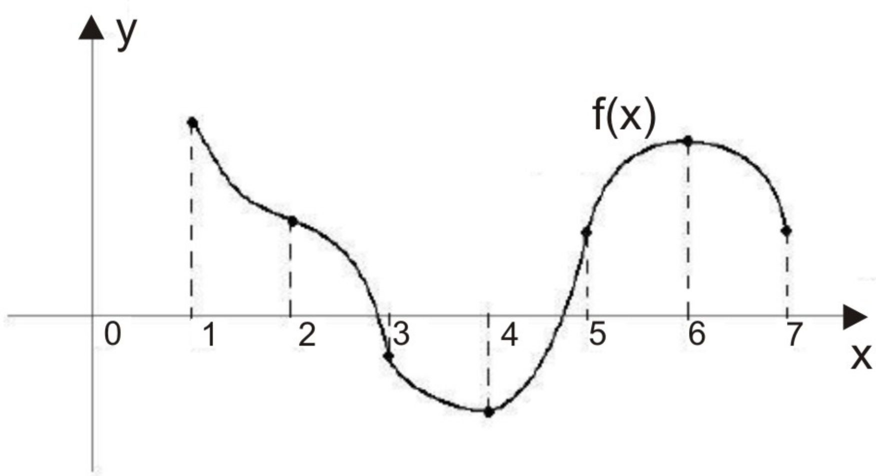
(d) $x = 2$ e $x = -4$.

(e) $x = -3$.

Solução:

Como $f'(x) = 2x - 6$, e os extremos vem de $f'(x) = 0$, temos que $2x - 6 = 0$ ou ainda $x = 3$.

Q2: (1,0) Considere uma função $f(x)$ cujo o gráfico é representado abaixo. Responda com verdadeiro (V) ou falso (F) em cada lacuna de acordo com o gráfico. Após marque a alternativa que apresenta a sequência correta.



I-(V) $f'(x) = 0$ em $x = 4$ e $x = 6$.

II-(F) A função é crescente em $(4, 5) \cup (6, 7)$.

III-(V) A função é decrescente em $(1, 4) \cup (6, 7)$.

IV-(V) A função é tem concavidade negativa em $(2, 3) \cup (5, 7)$.

V-(F) A função é tem concavidade positiva em $(1, 5)$.

VI-(F) Em $x = 1$ temos um máximo global e em $x = 7$ temos um mínimo global.

A sequência correta para I-II-II-IV-V-VI é:

(a) V-V-V-F-F-F.

(b) V-F-V-F-V-F.

(c) V-F-V-V-F-F.(X)

(d) V-F-F-V-V-F.

(e) F-F-V-F-F-V.

Solução:

A alternativa correta é auto-explicativa.

Q3: (0,5) Considere as funções abaixo:

$$f(x) = x^5, \qquad g(x) = x^3 + 2, \qquad h(x) = \ln(x+1).$$

Pode-se afirmar que:

(a) $f(x)$ e $g(x)$ tem os mesmos intervalos de crescimento e que $h(x)$ é crescente apenas em $(-\infty, 0)$.

(b) $f(x)$ e $g(x)$ tem os mesmos intervalos de crescimento e que $h(x)$ é crescente apenas em $(-1, +\infty)$.(X)

(c) $f(x)$ e $g(x)$ tem os mesmos intervalos de crescimento e que $h(x)$ é crescente apenas em $(0, +\infty)$.

(d) $f(x)$ e $g(x)$ tem intervalos de crescimento diferentes e que $h(x)$ é crescente apenas em $(0, +\infty)$.

(e) $f(x)$ e $g(x)$ tem intervalos de crescimento diferentes e que $h(x)$ é crescente apenas em $(-1, +\infty)$.

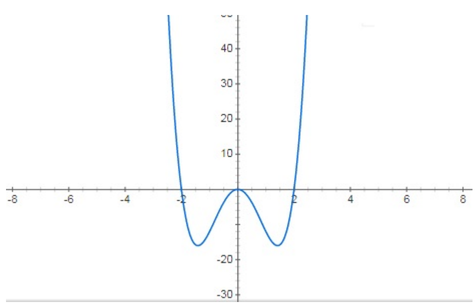
Solução:

$f'(x) = 5x^4$ e o crescimento é em $(0, +\infty)$.

$g'(x) = 3x^2$ e o crescimento é em $(0, +\infty)$.

$h'(x) = \frac{1}{x+1}$ e o crescimento é em $(-1, +\infty)$.

Q4: (1,0) Considere uma função $f(x)$ cujo o gráfico é representado abaixo. Responda com verdadeiro (V) ou falso (F) em cada lacuna de acordo com o gráfico. Após marque a alternativa que apresenta a sequência correta.



I-(V) Trata-se do gráfico de $f(x) = 4x^4 - 16x^2$.

II-(F) $f(x)$ é concava para cima no intervalo $(-\infty, \infty)$.

III-(V) $f(x)$ é concava para baixo no intervalo $(-\sqrt{2/3}, \sqrt{2/3})$.

IV-(F) $f(x)$ tem intervalos de decrescimento dados por $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$.

A sequência correta para I-II-III-IV é:

(a) V-V-F-F.

(b) V-F-F-V.

(c) V-V-V-F.

(d) V-F-V-V.

(e) V-F-V-F.(X)

Solução:

I-(V) Podia ser verificado de várias maneiras, pelo grau par, pelo raiz dupla em zero, pelas raízes -2 e 2.

II-(F) Se I é V basta olhar para o gráfico, ou ainda verificar $f''(x)$ de I.

III-(V) Se I é V basta olhar para o gráfico, ou ainda verificar $f''(x)$ de I.

IV-(V) Se I é V basta olhar para o gráfico, ou ainda verificar $f'(x)$ de I.

Q5: (1,0) Considere a seguinte função:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$$

É correto afirmarmos que:

(a) $f(x)$ é concava para cima em $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

(b) $f(x)$ é concava para baixo em $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

(c) $f(x)$ é concava para cima em $(-\infty, 1)$.

(d) $f(x)$ é concava para cima em $(1, +\infty)$.(X)

(e) $f(x)$ é concava para baixo em $(0, 2)$.

Solução:

Como $f''(x) = 6x - 6$ teremos que $f''(x) > 0$ ocorre em $(1, +\infty)$.

Q6: (1,0) Um fazendeiro pretende criar uma região retângular para cercar seu gado e separá-lo de acordo com as três raças que possui. Ele tem um total de 800 m de cerca para fazer este cercado. Ele quer criar uma região retângular R com mais três subregiões retangulares iguais dentro de maneira que a área seja a maior possível. Tendo em vista todos esses dados, podemos afirmar que:

(a) As medidas da região retângular R que tem resultam na maior área possível são 150 e 300 metros.

(b) As medidas da região retângular R que tem resultam na maior área possível são 50 e 100 metros.

(c) As medidas da região retângular R que tem resultam na maior área possível são 200 e 200 metros.

(d) As medidas da região retângular R que tem resultam na maior área possível são 100 e 200 metros.(X)

(e) As medidas da região retângular R que tem resultam na maior área possível são 200 e 500 metros.

Solução:

Ao desenhar a região R teremos $4x+2y = 800$ o que dá $y = 400-2x$. A área total é dada por $A = xy = x(400-2x) = 400x-2x^2$. Então a área máxima é descoberta ao realizarmos a derivada $A'(x) = 400-4x$. Sendo assim, o extremo ocorre em $x = 100$ e consequentemente $y = 200$. Sabemos que é um ponto de máximo, pois $A''(100) < 0$.

Q7: (1,0) Considere as seguintes afirmações:

$I.$ $\int x^3dx = \frac{x^4}{4} + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$ **;**

$II.$ $\int \frac{3}{x}dx = \frac{2}{x^4} + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$**;**

$III.$ $\int \cos(x)dx = \frac{\cos^2(x)}{2} + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$**.**

É correto afirmarmos que:

(a) Apenas a alternativa I é verdadeira.(X)

(b) Apenas a alternativa II é verdadeira.

(c) Apenas a alternativa III é verdadeira.

(d) As alternativas II e III são verdadeiras.

(e) As alternativas I e III são verdadeiras.

Solução:

I- $\int x^3dx = \frac{x^4}{4} + C$ onde $C \in \mathbb{R}$.

II- $\int \frac{3}{x}dx = 3\int \frac{1}{x}dx = 3\ln x + C$ onde $C \in \mathbb{R}$.

III- $\int \cos(x)dx = \sin(x) + C$ onde $C \in \mathbb{R}$.

Q8: (1,0) Considere a seguinte integral definida:

$$\int_1^3 x^2 + 1 \ dx$$

É correto afirmarmos que o resultado dessa integral é:

(a) 4/3.

(b) 32/3. (X)

(c) 33.

(d) 26/3.

(e) 12.

Solução:

Como $\int_1^3 x^2 + 1\, dx = \left[\frac{x^3}{3} + x\right]_1^3 = \left(\frac{3^3}{3} + 3\right) - \left(\frac{1^3}{3} + 1\right) = \frac{32}{3}$.

Q9: (1,0) Considere a seguinte integral indefinida dada por:

$$\int xe^{x^2} \ dx$$

Podemos dizer que seu resultado com $C \in \mathbb{R}$ é:

(a) $e^x + C$.

(b) $2e^{x^2} + C$.

(c) $\frac{1}{2}e^x + C$.

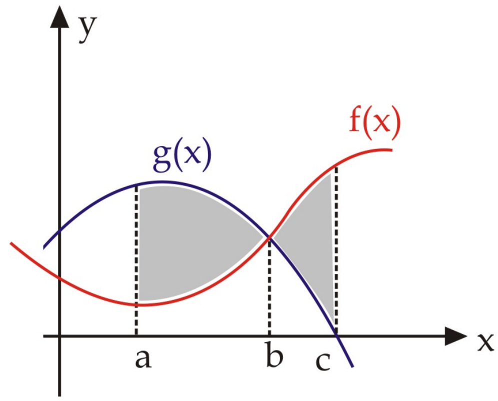
(d) $e^{x^2} + C$.

(e) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$.(X)

Solução:

Fazendo a substituição $u = x^2$ termos que $\frac{du}{dx} = 2x$ ou ainda que $\frac{du}{2} = xdx$. Logo $\int xe^{x^2}dx = \int \frac{1}{2}e^u du = \frac{1}{2}e^u + C = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$.

Q10: (1,0) Considere a figura abaixo:



Podemos dizer que a área da região hachurada é descrita por:

(a) $\int_a^c (f(x) - g(x))dx$.

(b) $\int_a^b (g(x) - f(x))dx + \int_b^c (f(x) - g(x))dx$.(X)

(c) $\int_a^c (g(x) - f(x))dx$.

(d) $\int_a^b (f(x) - g(x))dx + \int_b^c (g(x) - f(x))dx$.

(e) $\int_a^b (g(x) - f(x))dx + \int_b^c (f(x) + g(x))dx$.

Solução:

Sempre ao calularmos a área entre curvas devemos fazer a função que está em cima menos a função que está em baixo no intervalo adequado.

Q11: (1,0) Considere as seguintes afirmações:

$I.$ $\int x^3 + 2x^2 dx = \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$ **;**

$II.$ $\int \frac{1}{x} + \sqrt{x} dx = \ln(x) + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$**;**

$III.$ $\int 7x - 5x^2 dx = \frac{7}{2}x^2 - \frac{5}{3}x^3 + C$ **onde** $C \in \mathbb{R}$**.**

É correto afirmarmos que:

(a) Apenas a alternativa I é verdadeira.

(b) Apenas a alternativa II é verdadeira.

(c) Apenas a alternativa III é verdadeira.

(d) As alternativas II e III são verdadeiras.(X)

(e) As alternativas I e III são verdadeiras.

Solução:

I- $\int x^3 + 2x^2 dx = \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 + C$

II- $\int \frac{1}{x} + \sqrt{x} dx = \ln(x) + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

III- $\int 7x - 5x^2 dx = \frac{7}{2}x^2 - \frac{5}{3}x^3 + C$