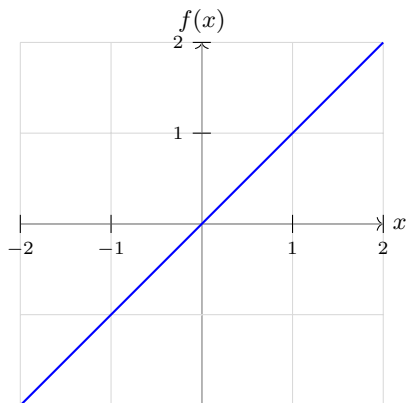


Q1	Q2	Q3	Q4	Total

NOME: _____ CARTÃO: _____

Q1) (2,5 pontos) Considere a função $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x$ para todo $x \in [-2, 2]$. Obtenha o desenvolvimento de $f(x)$ em Série de Fourier.



Q2) (2,5 pontos) Considere o problema de Sturm–Liouville

$$y'' + \lambda y = 0, \quad 0 < x < L,$$

,

- (a) Determine os autovalores e autofunções com condições de contorno homogêneas do tipo $y(0) = 0$ e $y(L) = 0$.
- (b) Determine os autovalores e autofunções com condições de contorno homogêneas do tipo $y(0) = 0$ e $y(2) = 0$.

Q3) (3,0 pontos) Encontre a solução geral da EDP:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(0, t) &= 0, \quad t > 0 \\ u(L, t) &= 0, \quad t > 0 \\ u(x, 0) &= f(x), \quad 0 < x < L \end{aligned}$$

Q4) (2,0 pontos) Considere o caso de encontrar a distribuição de calor em uma barra de comprimento 2 e temperatura em $t = 0$ de 30 graus. Use o exercício anterior para encontrar a função que modela a distribuição usando a EDP do calor com $\alpha = 2$

Formulário:

Séries de Fourier:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p}\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{p} \int_c^{c+2p} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{p} \int_c^{c+2p} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{p}\right) dx$$

$$b_n = \frac{1}{p} \int_c^{c+2p} f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{p}\right) dx$$

EDPs:

$$u(x, y) = X(x)Y(y)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x)Y_n(y)$$